

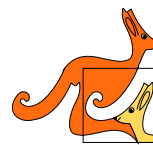
**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.



1. in 2. letnik SŠ, kategorija B

Ime in priimek, razred _____, _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	

Za reševanje imaš na voljo 90 minut. Odgovore zapiši v gornjo preglednico. Za vsak pravilen odgovor dobiš toliko točk, kot je naloga vredna. Za vsak nepravilen odgovor ti odštejemo četrtnino točk, kot je naloga vredna. Če pa pušiš polje v preglednici prazno, dobiš 0 točk. Da bi se izognili negativnemu končnemu dosežku, ti priznamo začetnih 24 točk.

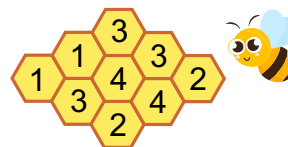
NALOGE, VREDNE 3 TOČKE

1. Nika je 2 enaka pravokotnika, vsakega s ploščino 18 cm^2 , položila drug na drugega, tako da je nastal lik v obliki črke L (glej sliko). Ugotovila je, da lahko nastali lik razdeli na tri enake kvadrate. Koliko kvadratnih centimetrov je ploščina nastalega lika?



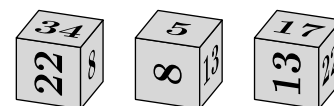
- (A) 24 (B) 27 (C) 30 (D) 32 (E) 36

2. V nekaterih od 9 celic Antonovega čebeljega satja je med. Celici v satju sta sosednji, če imata skupno stranico, število na vsaki celici pa označuje, v koliko njej sosednjih celicah je med (glej sliko). V koliko celicah Antonovega čebeljega satja je med?



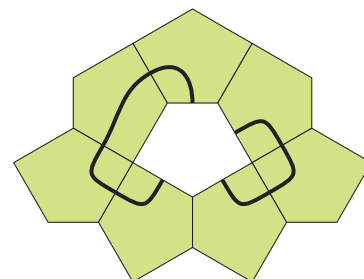
- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8


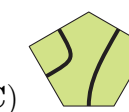
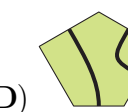
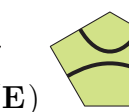
3. Aljaž je 3 enake kocke z napisanimi števili na mejnih ploskvah položil na mizo (glej sliko). Koliko je vsota števil, ki so na tistih mejnih ploskvah kock, ki se dotikajo mize?



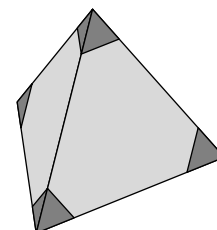
- (A) 26 (B) 40 (C) 43 (D) 47 (E) 56

4. Emma je s 7 enako velikimi kosi v obliki petkotnika oblikovala sestavljanke (glej sliko). Katerega od spodnjih kosov mora Emma brez obračanja na hrbtno stran položiti na sredino sestavljanke, da bosta na sestavljanke nastali 2 sklenjeni krivulji?



- (A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

5. Janez je odrezal 4 označene vogale s pravilnega tetraedra (glej sliko). Koliko oglišč ima tako nastalo telo?

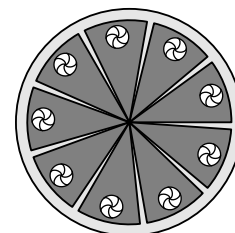


- (A) 8 (B) 9 (C) 11 (D) 12 (E) 16

6. V dvigalu je opozorilo, da se z dvigalom lahko hkrati pelje največ 12 odraslih ali največ 20 otrok. Največ koliko otrok se lahko pelje v dvigalu skupaj z 9 odraslimi?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 8

7. Karmen je okroglo torto razrezala na 10 enakih kosov in nato 1 kos pojedla. Preostale kose torte je razporedila na krožniku tako, da je bil med kosi enak razmik (glej sliko). Koliko stopinj je velik kot med 2 sosednjima kosoma torte?



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

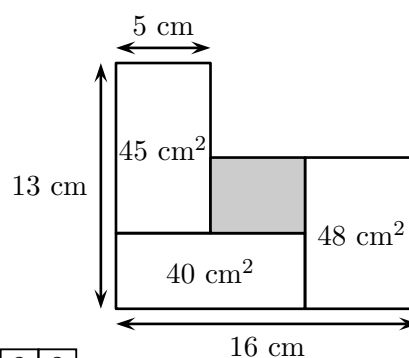
8. Koliko je vrednost izraza $\frac{2 \cdot 0.24}{20 \cdot 2.4}$?

- (A) 0.01 (B) 0.1 (C) 1 (D) 10 (E) 100

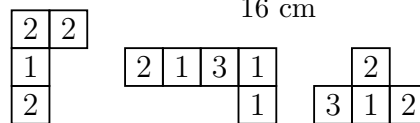
NALOGE, VREDNE 4 TOČKE

9. Mateja je narisala 4 dotikajoče se pravokotnike (glej sliko). Koliko kvadratnih centimetrov je ploščina osenčenega pravokotnika?

- (A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 18 (E) 20



10. Žan je v kvadratno preglednico velikosti 4×4 napisal števila, tako da so bile vse vsote 4 števil v vsaki od vrstic in v vsakem od stolpcev enake. Preglednico je nato razrezal na 4 kose in 3 kose preglednice položil na mizo (glej sliko). Katerega kosa preglednice Žan ni položil na mizo?



- (A)

1	1	3
---	---	---

 (B)

2	1	0
---	---	---

 (C)

1	2	1
---	---	---

 (D)

2	2	2
---	---	---

 (E)

2	2	3
---	---	---

11. Neža je na mizo položila nekaj piškotov (glej sliko). Učenke Gaja, Hana in Ines, ne nujno v tem vrstnem redu, so nato z mize vzele vsaka nekaj piškotov, 1 učenka je vzela 3 piškote, 1 učenka je vzela 6 piškotov, 1 učenka je vzela 7 piškotov.



Gaja je vzela vse piškote v obliki srca, ki so bili takrat na mizi.
Hana je z mize vzela vse bele piškote, ki so bili takrat na mizi.
Ines je vzela vse velike piškote, ki so bili takrat na mizi.

Na kateri izmed spodnjih slik so vsi piškoti, ki jih je vzela 1 od učenk?

- (A)

○	○	♡
---	---	---

 (B)

♡	○	○	○	○	○	♡
---	---	---	---	---	---	---

 (C)

○	○	○	○	○	○	♡
---	---	---	---	---	---	---

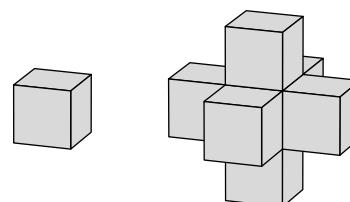
(D)

♡	♡	♡	♡	♡	♡	♡	♡	♡	♡	♡	♡	♡	♡	♡
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

 (E)

○	○	○
---	---	---

12. Jaka je z enakimi kockami oblikoval figuro, tako da je vzela 1 kocko in nato na vsako njeno mejno ploskev prilepil 1 kocko (glej sliko). Nato se je odločil, da bo tudi na vsako mejno ploskev nastale figure prilepil 1 kocko. Najmanj koliko dodatnih kock še potrebuje Jaka?



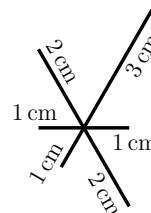
- (A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 16 (E) 18

13. Kenguru Goran skače iz doline do vrha gore in nato nazaj po isti poti v dolino. Ko skače v dolino, so njegovi skoki 3-krat daljši od skokov, ko skače proti vrhu. Ko skače proti vrhu, so Goranovi skoki dolgi 1 m, skupaj pa naredi po poti gor in dol 2024 skokov. Koliko metrov je dolžina poti, ki jo naredi Goran, ko skače iz doline do vrha gore in nazaj v dolino?

- (A) 506 (B) 1012 (C) 2024 (D) 3036 (E) 4048

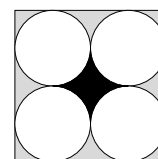
14. Miha želi na list papirja narisati 6 stikajočih se črt (glej sliko), ne da bi dvignil pisalo s papirja. Koliko centimetrov je najkrajša možna pot pisala po papirju, da bo Miha narisal teh 6 stikajočih se črt?

- (A) 14 (B) 15 (C) 16
(D) 17 (E) 18



15. Katarina je narisala kvadrat in v njem 4 enako velike kroge, vsak krog se dotika 2 stranic kvadrata in 2 drugih krogov (glej sliko). Koliko je razmerje ploščin med črnim in sivim območjem v kvadratu?

- (A) 1 : 4 (B) 1 : 3 (C) 2 : 3 (D) 3 : 4 (E) π : 1



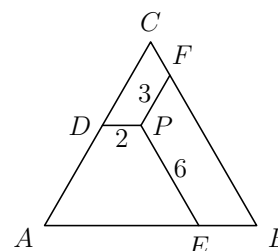
16. Število je trimestni palindrom, če ga lahko zapišemo v obliki "aba", kjer sta lahko števki a in b enaki ali različni. Koliko je vsota števk največjega trimestnega palindroma, ki je večkratnik števila 6?

- (A) 16 (B) 18 (C) 20 (D) 21 (E) 24

NALOGE, VREDNE 5 TOČK

17. Daljice PD , PE in PF so vzporedne stranicam enakostraničnega trikotnika ABC (glej sliko). Dolžine daljic so $|PD| = 2$ cm, $|PE| = 6$ cm in $|PF| = 3$ cm. Koliko centimetrov je obseg trikotnika ABC ?

- (A) 22 (B) 26 (C) 33 (D) 39 (E) 44

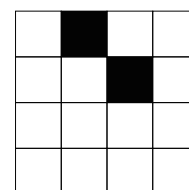


18. Filip je imel n^3 enakih kock, $n > 2$. Vse kocke je uporabil, da je oblikoval veliko kocko, nato je pobarval celotno zunanjo površino velike kocke. Število majhnih kock, ki so imele pobarvano natanko 1 mejno ploskev, je bilo enako številu majhnih kock, ki niso imele pobarvane nobene mejne ploskve. Koliko je vrednost števila n ?

- (A) 4 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 10

19. Tim je v kvadratni preglednici velikosti 4×4 osenčil 2 kvadratni polji (glej sliko). Na koliko načinov lahko Tim osenči še 2 dodatni polji, da bo imela kvadratna preglednica natanko 1 os simetrije?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6



20. Na mizi so 4 vaze, v katerih je nekaj rož, tako da veljajo naslednje trditve. Število rož v 1. vazi je enako številu vaz, v katerih je 1 roža. Število rož v 2. vazi je enako številu vaz, v katerih sta 2 roži. Število rož v 3. vazi je enako številu vaz, v katerih so 3 rože. Število rož v 4. vazi je enako številu vaz, v katerih ni nobene rože. Koliko rož je v vseh 4 vazah skupaj?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

21. Ana je za neko naravno število n na list papirja napisala praštevilski razcep števila $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$, Meta pa je nato nekaj praštevil in eksponentov v praštevilskem razcepu polila s črnilom (glej sliko).

$$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13^4 \cdot 17 \cdot \text{[obkrito]} \cdot 43 \cdot 47$$

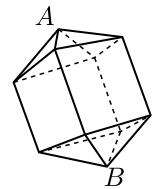
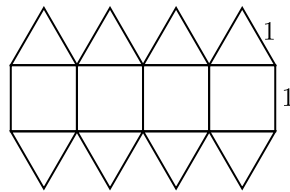
Ana je praštevila napisala v naraščajočem vrstnem redu. Kateri eksponent je Ana napisala pri praštevilu 17?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

22. Kristina je 8 od 12 kart, oštevilčenih s števili od 1 do 12, položila na oglišča osemkotnika. Za vsako od stranic osemkotnika je bila vsota števil na kartah na ogliščih stranice deljiva s 3. Katera števila so bila na kartah, ki jih Kristina ni položila na oglišča osemkotnika?

- (A) 1, 5, 9, 12 (B) 3, 5, 7, 9 (C) 1, 2, 11, 12 (D) 5, 6, 7, 8 (E) 3, 6, 9, 12

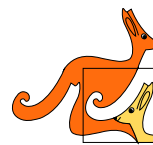
23. Oton je na list papirja narisal mrežo iz 4 kvadratov in 8 enakostraničnih trikotnikov s stranicami dolžine 1 cm. Nato je z mrežo oblikoval prostorsko telo (glej sliko). Koliko centimetrov je razdalja med ogliščema A in B ?



- (A) $\sqrt{5}$ (B) $1 + \sqrt{2}$ (C) $\frac{5}{2}$
 (D) $1 + \sqrt{3}$ (E) $2\sqrt{2}$

24. Beno na vsaka 2 zaporedna dneva izmenoma 1 dan cel dan ves čas laže in 1 dan cel dan ves čas govori resnico. Beno je nekega dne povedal natanko 4 od 5 spodnjih izjav. Katere izjave Beno ni povedal tega dne?

- (A) Lagal sem včeraj in lagal bom jutri.
 (B) Resnico govorim danes in resnico bom govoril jutri.
 (C) Število 2024 je deljivo z 11.
 (D) Včeraj je bila sredo.
 (E) Jutri bo sobota.



3. in 4. letnik SŠ, kategorija B

Ime in priimek, razred _____, _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	

Za reševanje imaš na voljo 90 minut. Odgovore zapiši v gornjo preglednico. Za vsak pravilen odgovor dobiš toliko točk, kot je naloga vredna. Za vsak nepravilen odgovor ti odštejemo četrtnino točk, kot je naloga vredna. Če pa pušiš polje v preglednici prazno, dobiš 0 točk. Da bi se izognili negativnemu končnemu dosežku, ti priznamo začetnih 24 točk.

NALOGE, VREDNE 3 TOČKE

1. Maja je s škarjami razrezala pravokotni list papirja na 4 manjše pravokotne kose papirja, obsegi 3 od njih so 16 cm, 18 cm in 24 cm (glej sliko). Koliko centimetrov je obseg 4. pravokotnega kosa papirja?

?	16
18	24

- (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14 (E) 16

2. Na mizi je bilo 9 kart, ki so bile po vrsti oštevilčene s števili od 1 do 9. Maša, Nataša, Saša in Tjaša so vzele z mize vsaka natanko 2 oštevilčeni karti. Maša je povedala: "Vsota mojih števil je 6."

Nataša je povedala: "Razlika mojih števil je 5."

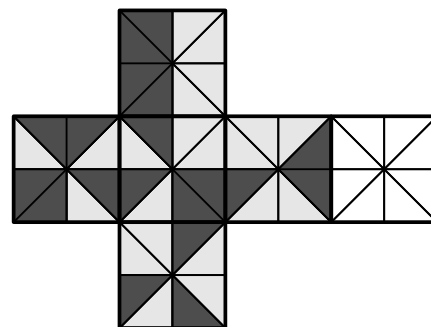
Saša je povedala: "Produkt mojih števil je 18."

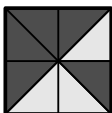
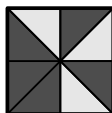
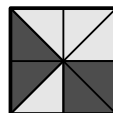
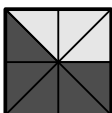
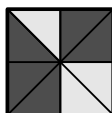
Tjaša je povedala: "Količnik mojih števil je 2."

Vse 4 izjave so bile pravilne. S katero številko je bila oštevilčena karta, ki je ostala na mizi?

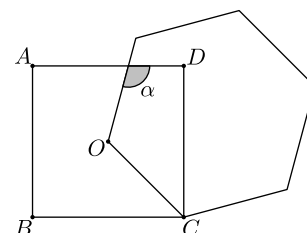
- (A) 1 (B) 3 (C) 6 (D) 8 (E) 9

3. Damir je pobarval 5 mejnih ploskev mreže kocke (glej sliko). Kako mora Damir pobarvati 6. mejno ploskev, da bosta vsaka 2 trikotnika, ki imata skupno stranico na robu kocke, pobarvana enako?



- (A)  (B)  (C) 
- (D)  (E) 

4. Neca je narisala kvadrat $ABCD$ in pravilni šestkotnik s stranico OC , pri čemer je oglišče O središče kvadrata $ABCD$ (glej sliko). Koliko stopinj je velik kot α ?



- (A) 105 (B) 110 (C) 115 (D) 120 (E) 125

5. Emma ima 7 kosov sestavljanke, s katerimi lahko sestavi gosenico, 2 kosa za glavo, 3 kose za telo in 2 kosa za rep (glej sliko).



Odločila se je, da bo sestavila gosenico, ki bo imela 1 glavo in 1 rep ter 1 kos, 2 kosa ali 3 kose med glavo in repom. Na koliko načinov lahko Emma sestavi tako gosenico?

- (A) 10 (B) 14 (C) 16 (D) 18 (E) 20

6. Mateja je narisala, kako je začela po vrsti skakati iz kvadrata v kvadrat (glej sliko začetnih 5 kvadratov, ki jih je narisala Mateja). Po vsakih 4 kvadratih se ponovi enaka risba. Mateja je skočila v natanko 48 zaporednih kvadratov. V koliko kvadratih se je Mateja dotaknila tal s svojo levo nogo?



- (A) 12 (B) 24 (C) 36 (D) 40 (E) 48

7. Katero od naslednjih števil je za 2 manjše od večkratnika števila 10, za 2 večje od kvadrata nekega naravnega števila in je 2-kratnik praštevila?

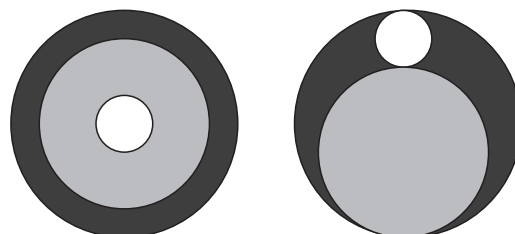
- (A) 6 (B) 18 (C) 38 (D) 58 (E) 78

8. Kateri izmed spodnjih izrazov ima isto vrednost kot izraz $16^{15} + 16^{15} + 16^{15} + 16^{15}$?

- (A) 16^{19} (B) 4^{31} (C) 4^{60} (D) 16^{60} (E) 4^{122}

NALOGE, VREDNE 4 TOČKE

9. Luka je s škarjami iz papirja izrezal 3 kroge, belega, svetlo sivega in temno sivega, in jih položil drug na drugega (glej levo sliko). Ploščina vidnega dela temno sivega kroga je bila 7-krat toliko, kot je bila ploščina belega kroga. Nato je kroge premaknil, tako da so se robovi krogov dotikali drug drugega (glej desno sliko). Koliko je razmerje med ploščinama vidnega dela temno sivega kroga na levi in desni sliki?



- (A) 3 : 1 (B) 4 : 3 (C) 6 : 5 (D) 7 : 6 (E) 9 : 7

10. Juš želi v preglednico velikosti 2×4 napisati črke A, B, C, D (glej sliko). Na koliko načinov lahko Juš napiše črke A, B, C, D v preglednico, tako da bo v vsakem polju preglednice natanko 1 črka ter bo vsaka od črk A, B, C, D v vsaki vrstici in v vsakem kvadratu velikosti 2×2 ?



- (A) 12 (B) 24 (C) 48 (D) 96 (E) 198

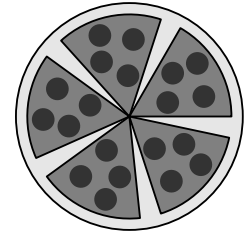
11. Filip je imel n^3 enakih kock, $n > 2$. Vse kocke je uporabil, da je oblikoval veliko kocko, nato je pobarval celotno zunanjo površino velike kocke. Število majhnih kock, ki so imele pobarvano natanko 1 mejno ploskev, je bilo enako številu majhnih kock, ki niso imele pobarvane nobene mejne ploskve. Koliko je vrednost števila n ?

- (A) 4 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 10

12. Za naravni števili p in q velja, da je $p < q$. Kateri od spodnjih izrazov ima največjo vrednost?

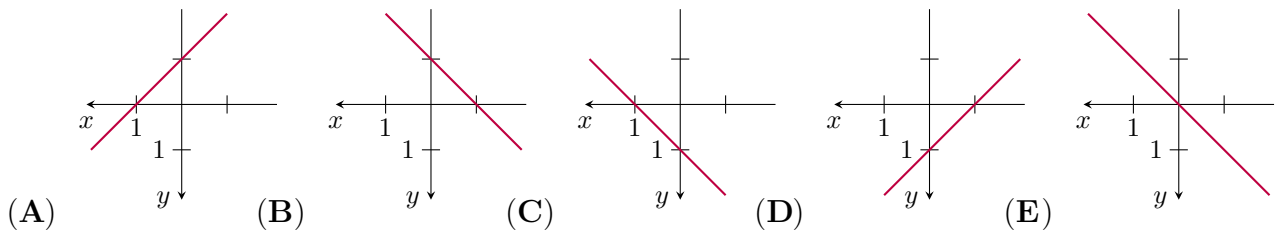
- (A) $\frac{p+3q}{4}$ (B) $\frac{p+2q}{3}$ (C) $\frac{p+q}{2}$ (D) $\frac{2p+q}{3}$ (E) $\frac{3p+q}{4}$

13. Lenart je okroglo pizo razrezal na 6 enakih kosov in nato 1 kos pojedel. Preostale kose pice je razporedil na krožniku tako, da je bil med kosi enak razmik (glej sliko). Koliko stopinj je velik kot med 2 sosednjima kosoma pice?



- (A) 5 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 12

14. Hugo je narisal neobičajen koordinatni sistem v ravnini xy , tako da sta bili koordinanti osi usmerjeni v levo in navzdol. Kako bi v Hugovem koordinatnem sistemu izgledala premica z enačbo $y = x + 1$?



15. Na mizi je 6 kovancev, vsi kovanci so obrnjeni tako, da se na njih vidi številka. Tevž lahko v vsaki potezi obrne natanko 4 kovance. Najmanj koliko potez potrebuje Tevž, da bodo vsi kovanci obrnjeni tako, da se na nobenem ne bo videla številka?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

16. Nika je najprej število 1 pomnožila ali s 6 ali z 10. Nato je dobljeno število pomnožila ali s 6 ali z 10 in nato ponavljala enak postopek množenja. Do katerega od spodnjih števil Nika ni mogla priti s svojim postopkom množenja?

- (A) $2^{100}3^{20}5^{80}$ (B) $2^{90}3^{20}5^{80}$ (C) $2^{90}3^{20}5^{70}$
 (D) $2^{110}3^{80}5^{30}$ (E) $2^{50}5^{50}$

NALOGE, VREDNE 5 TOČK

17. Na mizi so 4 vaze, v katerih je nekaj rož, tako da veljajo naslednje trditve.

Število rož v 1. vazi je enako številu vaz, v katerih je 1 roža.

Število rož v 2. vazi je enako številu vaz, v katerih sta 2 roži.

Število rož v 3. vazi je enako številu vaz, v katerih so 3 rože.

Število rož v 4. vazi je enako številu vaz, v katerih ni nobene rože.

Koliko rož je v vseh 4 vazah skupaj?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

18. Kristina je 8 od 12 kart, oštevilčenih s števili od 1 do 12, položila na oglišča osemkotnika. Za vsako od stranic osemkotnika je bila vsota števil na kartah na ogliščih stranice deljiva s 3. Katera števila so bila na kartah, ki jih Kristina ni položila na oglišča osemkotnika?

- (A) 1, 5, 9, 12 (B) 3, 5, 7, 9 (C) 1, 2, 11, 12 (D) 5, 6, 7, 8 (E) 3, 6, 9, 12

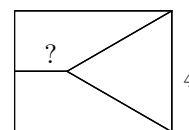
19. Beno na vsaka 2 zaporedna dneva izmenoma 1 dan cel dan ves čas laže in 1 dan cel dan ves čas govori resnico. Beno je nekega dne povedal natanko 4 od 5 spodnjih izjav. Katere izjave Beno ni povedal tega dne?

- (A) Lagal sem včeraj in lagal bom jutri.
 (B) Resnico govorim danes in resnico bom govoril jutri.
 (C) Število 2024 je deljivo z 11.
 (D) Včeraj je bila sredo.
 (E) Jutri bo sobota.

20. Za neko naravno število n je pravilna natanko 1 od spodnjih trditev. Katera?

- (A) Število n je deljivo s 3. (B) Število n je deljivo s 6. (C) Število n je liho.
 (D) Velja $n = 2$. (E) Število n je praštevilo.

21. Maša je s 3 ravnimi črtami razdelila pravokotnik na 3 območja z enakimi ploščinami, 1 območje je enakostranični trikotnik s stranico dolžine 4 cm, preostali 2 območji sta trapeza (glej sliko). Koliko centimetrov je dolžina krajše od vzporednih stranic trapeza?

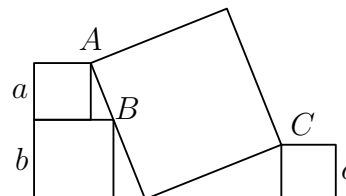


- (A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $2\sqrt{2}$ (D) 3 (E) $2\sqrt{3}$

22. Peter ima nekaj belih in nekaj črnih kock, ki so vse enako velike. S 27 kockami želi oblikovati večjo kocko velikosti $3 \times 3 \times 3$, tako da bo natanko $\frac{1}{2}$ njene površine bele barve in natanko $\frac{1}{2}$ črne barve. Najmanj koliko črnih kock mora uporabiti Peter?

- (A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14
 (E) Nobeden od predhodnih odgovorov.

23. Vasja je narisal 4 kvadrate, dolžine stranic manjših 3 kvadratov so a , b in c . Oglišči 2 manjših kvadratov A in C sta tudi oglišči največjega kvadrata, oglišče 3. manjšega kvadrata B pa leži na stranici največjega kvadrata (glej sliko). Kateri od spodnjih izrazov predstavlja dolžino stranice največjega kvadrata?



- (A) $\frac{1}{2}(a + b + c)$ (B) $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ (C) $\sqrt{(a + b)^2 + c^2}$
 (D) $\sqrt{(b - a)^2 + c^2}$ (E) $\sqrt{a^2 + ab + b^2 + c^2}$

24. Kenguru Goran je rešil enačbo $ax^2 + bx + c = 0$, bober Bojan pa enačbo $bx^2 + ax + c = 0$, kjer so a , b in c različna neničelna cela števila. Goran in Bojan sta ugotovila, da imata enačbi skupno realno rešitev. Kaj od spodnjega je gotovo pravilno?

- (A) Skupna rešitev mora biti število 0.
 (B) Kvadratna enačba $ax^2 + bx + c = 0$ ima natanko 1 realno rešitev.
 (C) $a > 0$
 (D) $b < 0$
 (E) $a + b + c = 0$